

Глава 6. Анализ спектров

6.1. Предварительные замечания

Рассматривавшиеся в предыдущих главах зависимости температуры от времени представляют собой временные ряды (дискретным моментам времени ставятся в соответствие значения температуры) [10]. Наиболее полную информацию об отопительной системе дает изучение индивидуальных частотных компонент получаемых временных рядов. В идеально отрегулированной отопительной системе спектр колебаний температуры радиаторов отопления должен соответствовать спектру колебаний температуры подающей трубы. Если этого не наблюдается, значит, в системе имеются воздушные пробки, участки с повышенным гидравлическим сопротивлением или другие отклонения от нормы. Для выполнения спектрального анализа необходимо: во-первых, найти спектры мощности отдельных временных рядов, соответствующих измерениям температуры наружного воздуха, подающего и обратного трубопроводов, радиаторов отопления; во-вторых, определить связь между спектрами мощности двух временных рядов, например, связь между спектрами колебаний температуры подающей трубы и радиатора отопления. Введем математические величины, необходимые для выполнения анализа. Пусть $X(t)$, $t = 0, \pm 1, \dots$ - действительный временной ряд со средним значением

$$EX(t) = c_x$$

и ковариационной функцией

$$\text{cov} \{X(t+u), X(t)\} = E \{[X(t+u) - c_x][X(t) - c_x]\} = c_{xx}(u).$$

Поскольку рассматриваемые ряды являются рядами со слабой “памятью”, то для ковариационной функции выполняется неравенство

$$\sum_{u=-\infty}^{\infty} |c_{xx}(u)| < \infty.$$

Тогда спектром мощности ряда $X(t)$, $t = 0, \pm 1, \dots$ является преобразование Фурье

$$f_{xx}(\omega) = (2\pi)^{-1} \sum_{u=-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega u) c_{xx}(u), \quad -\infty < \omega < \infty.$$

Спектр мощности ряда является неотрицательной четной функцией ω с периодом 2π . Из четности и периодичности следует, что в качестве основной области определения $f_{xx}(\omega)$ можно взять отрезок $[0, \pi]$. В связи с тем, что $f_{xx}(\omega)$ есть ограниченная равномерно непрерывная функция, для ковариационной функции справедливо выражение [10]:

$$c_{xx}(u) = \int_{-\pi}^{\pi} \exp(i\alpha u) f_{xx}(\alpha) d\alpha, \quad u = 0, \pm 1, \dots$$

В частном случае $u=0$ получим выражение для дисперсии ряда $X(t)$

$$DX(t) = \int_{-\pi}^{\pi} f_{xx}(\alpha) d\alpha.$$

Поскольку спектр мощности ряда $f_{xx}(\omega)$ определен для всех $-\infty < \omega < \infty$, для численного анализа ситуации необходимо выяснить, по скольким гармоникам производить суммирование. Ответ на этот вопрос дает вычисление спектральной меры

$$F_{xx}(\omega) = \int_0^{\omega} f_{xx}(\alpha) d\alpha. \quad (6.1)$$

На рис. 6.1 изображены функции $F_{xx}(\omega)$, приведенные к полной мощности спектра. На этих графиках ордината каждой последующей точки равна сумме ординат всех предыдущих точек, деленной на сумму ординат всех компонент спектра. Суть этих функций в том, что они показывают, в каком числе гармоник сосредоточена основная мощность колебаний температуры. В дальнейшем гармоники, в которых сосредоточено 9/10 мощности температурных колебаний, будем называть действенными. Из рисунка видно, что девять десятых мощ-

ности колебаний температуры наружного воздуха (зависимость 1) сосредоточено в первых 14 гармониках. Забегая

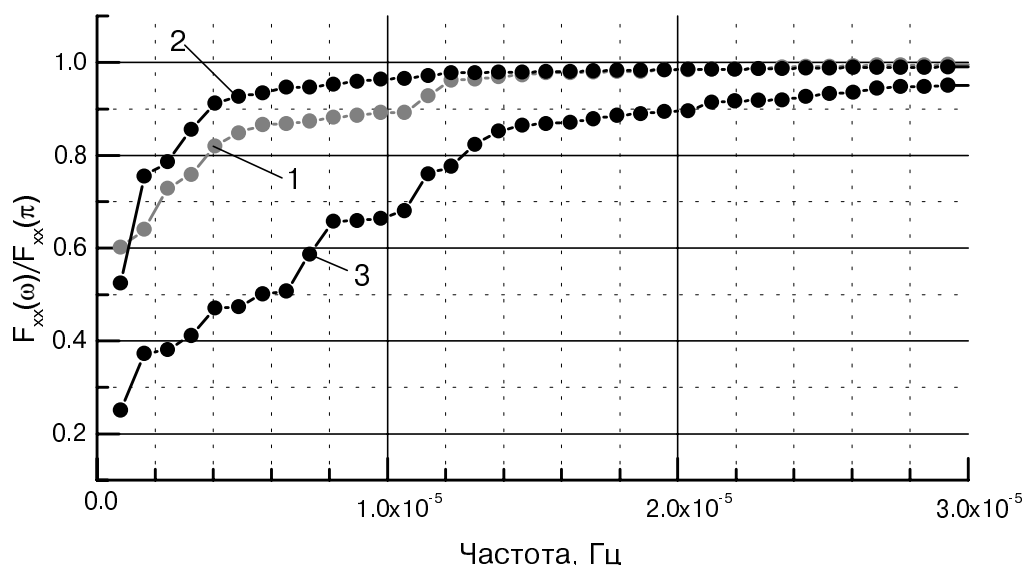


Рис.6.1. Приведенная спектральная мера для колебательных процессов: 1 - температуры наружного воздуха; 2 - температуры подающей трубы отрегулированной системы отопления; 3 - температуры подающей трубы разрегулированной системы отопления.

вперед, следует отметить, что, хотя исследования различных объектов происходили в разное время, это значение - 14 действенных гармоник для спектра колебаний температуры наружного воздуха - сохранялось неизменным. Исключение составил двухнедельный период в начале января 2001г., когда производились исследования объекта 5. Здесь число действенных гармоник не превышало 6.

Если отопительная система хорошо отрегулирована, то число действенных гармоник в спектре ее температурных колебаний не должно превышать таковое в спектре колебаний температуры наружного воздуха. Кроме того, это число должно быть примерно одинаковым для всех участков такой системы.

Коэффициент корреляции (5.6) в применении к спектрам температурных колебаний определяет соответствие спектральных составов порождающего и дочернего процессов. Он близок к единице, если отношение амплитуд соответствующих гармоник двух процессов сохраняется примерно постоянным.

При этом абсолютная величина данного отношения коэффициентом корреляции не отражается. Последний характеризует восприимчивость и устойчивость системы к регулируемому воздействию. В частности, $R \sim 1$ свидетельствует об отсутствии воздушных пробок и тому подобных аномалий. Но он никак не отражает тепловые потери в системе. Между тем, важно уметь оценить, какая доля колебаний порождающего процесса передается дочернему. Такой параметр, связывающий интегральные мощности колебаний температуры двух процессов, легко получить. Как следует из предыдущей главы, связь между порождающим и дочерним процессами может быть аппроксимирована линейной зависимостью вида (5.3). Эксперимент показывает (см. следующий раздел), что аналогичная зависимость имеет место и между спектрами мощности соответствующих временных рядов. Если две случайные величины X и Y , имеющие средние значения X_0 и Y_0 , связаны соотношением

$$Y = A \cdot X + B,$$

можно записать:

$$\begin{aligned} \text{cov} \{X, Y\} &= \sum_i (X_i - X_0)(Y_i - Y_0) = \\ &= \sum_i (AX_i + B - AX_0 - B)(X_i - X_0) = \\ &= A \sum_i (X_i - X_0)^2 = A \cdot DX; \end{aligned}$$

$$A = \text{cov} \{X, Y\} / DX. \quad (6.2)$$

В применении к гармоническим рядам (спектрам) параметр A определяет отношение интегральных мощностей колебаний температуры двух связанных процессов. Он может быть получен либо по формуле (6.2), представляющей собой ковариацию двух процессов, выраженную в единицах дисперсии порождающего процесса, либо в результате проведения линейной подгонки зависимости спектра температурных колебаний дочернего процесса от аналогичного спектра порождающего процесса (т. е. является коэффициентом линейной регрессии).

Заканчивая этот раздел, отметим, что все последующие спектры получены путем фурье-преобразования предварительно сглаженных временных рядов. Сглаживание проводилось с целью фильтрации помех, вызванных дискретностью датчиков. Скачки показаний датчиков в пределах их дискретности ($\pm 0.5^{\circ}\text{C}$) создают на исходной температурной зависимости микроколебания, вносящие искажения в спектр. Хотя мощность этих компонент невелика, мы сочли за благо все же их отфильтровать. Для исключения из спектра постоянной составляющей перед преобразованием из исходного временного ряда вычиталось его среднее значение за период наблюдения.

6.2. Отопительные системы

На рис. 6.2а и 6.2б приведены спектры колебаний температуры подающей трубы и одного из радиаторов отопления объекта 3. Это типичный вид спектров колебаний температуры в системе отопления данного объекта. Видно, что в пределах шести действенных гармоник (а именно такое число действенных гармоник ему присуще) колебания температуры радиаторов хорошо коррелируют с колебаниями температуры подающей трубы. Это признак отрегулированности системы. Заметим, что на этих рисунках отражены спектры, полученные в период пассивного наблюдения за системой отопления объекта 3. На рис. 6.3а и 6.3б представлены спектры для тех же участков, но снятые в условиях, когда система подвергалась глубоким регулирующим воздействиям (см. главу 5). Видно, что, несмотря на попытки вывести ее из синхронизма и возросшую в связи с этим мощность колебаний, хорошая корреляция спектров подающей трубы и радиаторов отопления сохраняется. Число действенных гармоник также остается равным 6.

На рис. 6.4 приведены спектры колебаний температуры различных участков системы отопления 9-этажного жилого дома. Здесь тоже наблюдается хорошая корреляция спектров подающей трубы и радиаторов отопления квартир девятого и первого этажей. Мощность колебаний для радиатора первого этажа существенно меньше таковой для радиатора девятого этажа и приближается к мощности колебаний обратной трубы. Число действенных гармоник для этой системы равно 9.

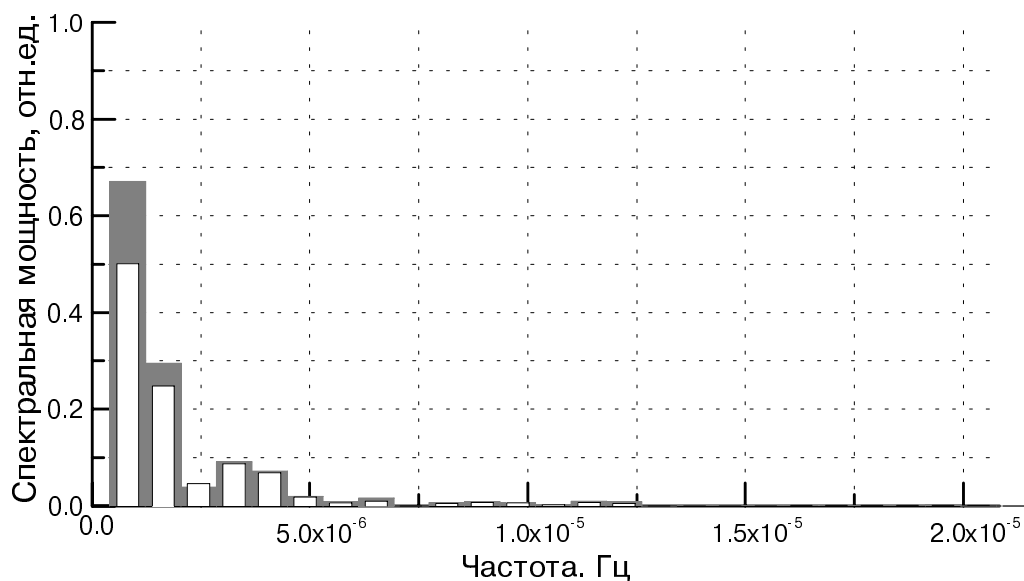


Рис.6.2а. Спектры колебаний температуры на участках отопительной системы объекта 3. Серые столбцы - спектр подающей трубы; белые - спектр радиатора отопления помещения Б (см. рис.5.8).

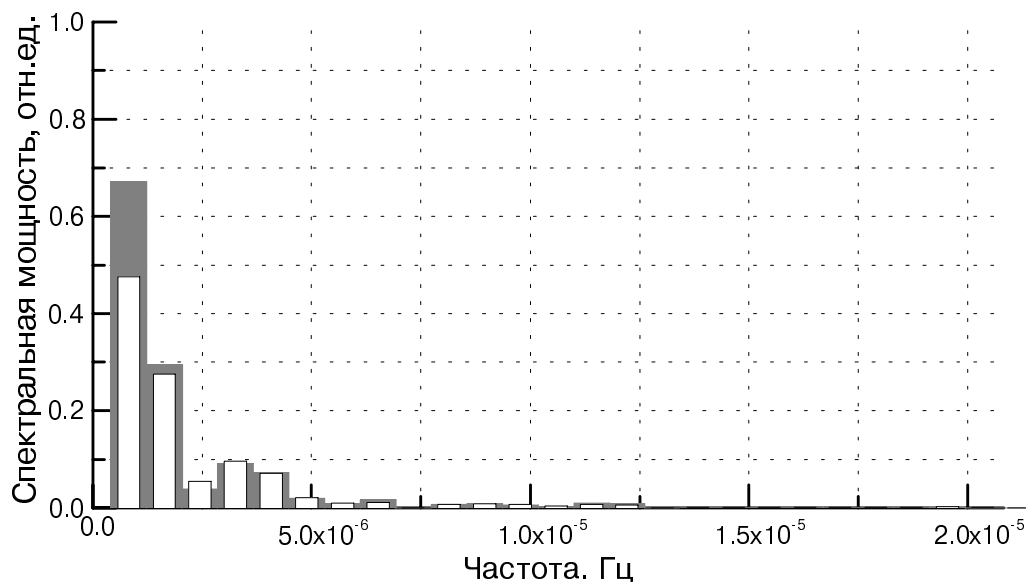


Рис.6.2б. Спектры колебаний температуры на участках отопительной системы объекта 3. Серые столбцы - спектр подающей трубы; белые - спектр радиатора отопления помещения А (см. рис.5.8).

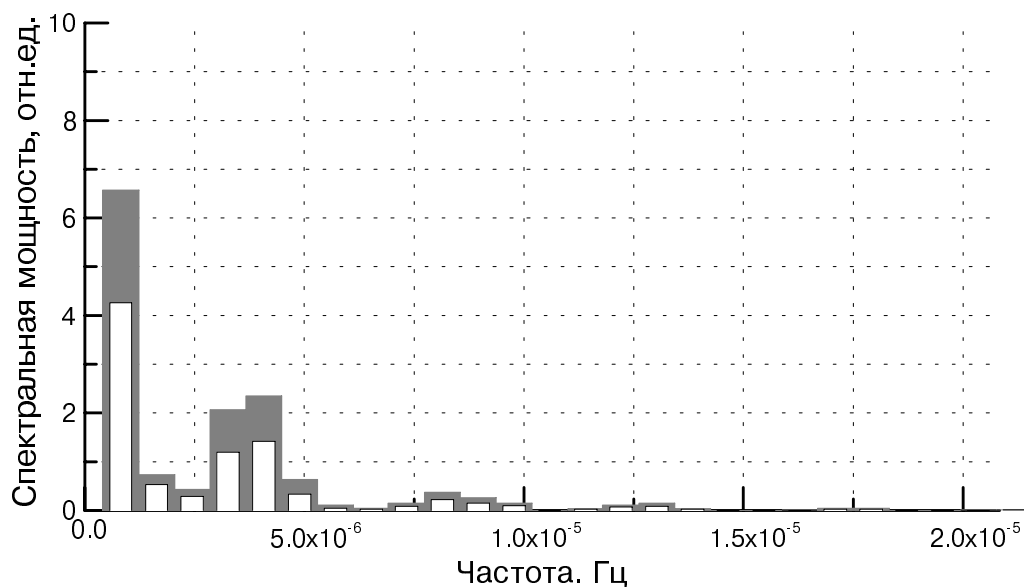


Рис.6.3а. Спектры колебаний температуры на участках отопительной системы объекта 3 в условиях эксперимента. Серые столбцы - спектр подающей трубы; белые - спектр радиатора отопления помещения Б.

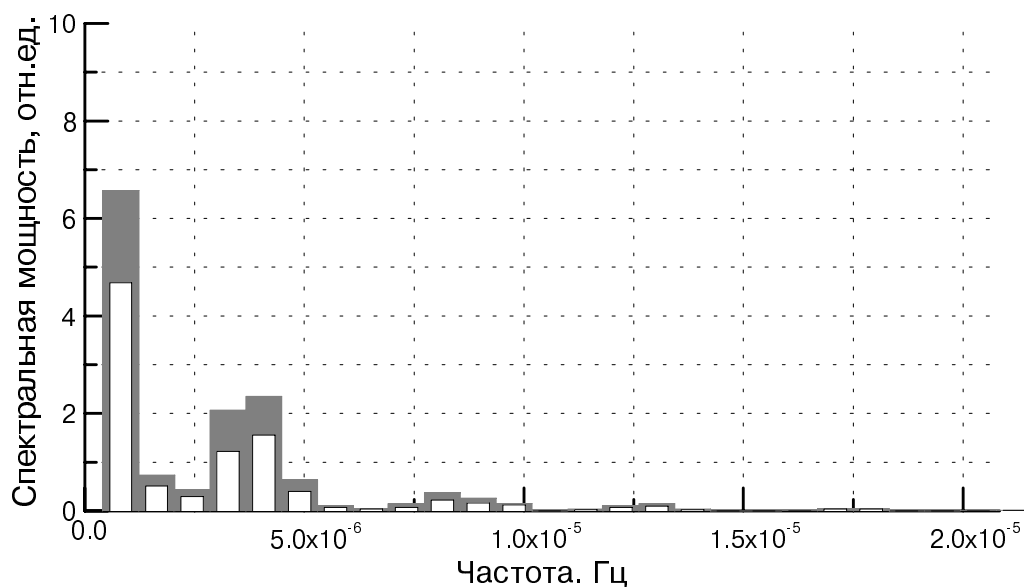


Рис.6.3б. Спектры колебаний температуры на участках отопительной системы объекта 3 в условиях эксперимента. Серые столбцы - спектр подающей трубы; белые - спектр радиатора отопления помещения А.

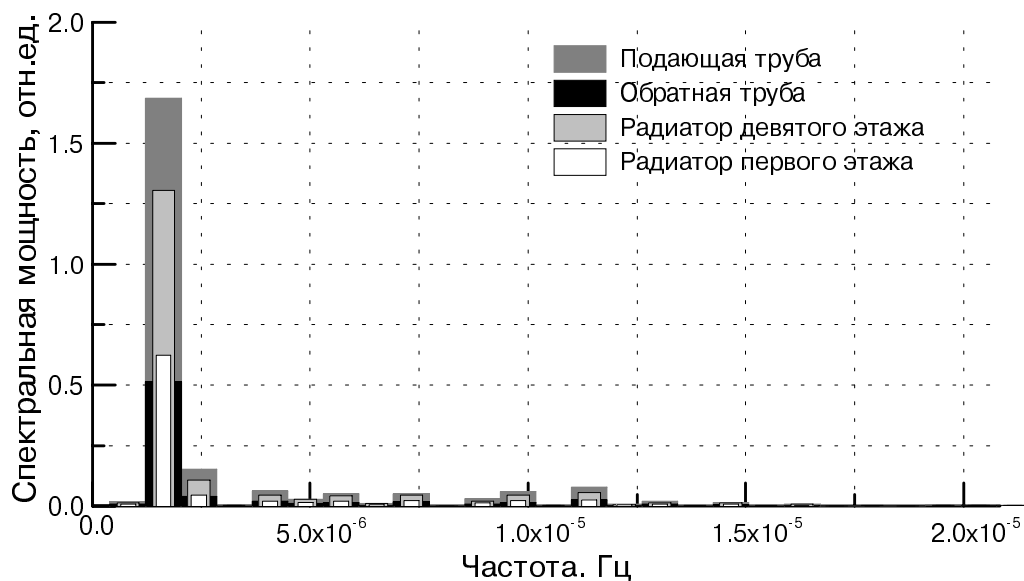


Рис.6.4. Спектры колебаний температуры на участках отопительной системы объекта 6.

Рассмотрим теперь два примера отопительных систем, которые обнаруживают те или иные недостатки в своей работе. На рис. 6.5 приведены спектры температурных колебаний

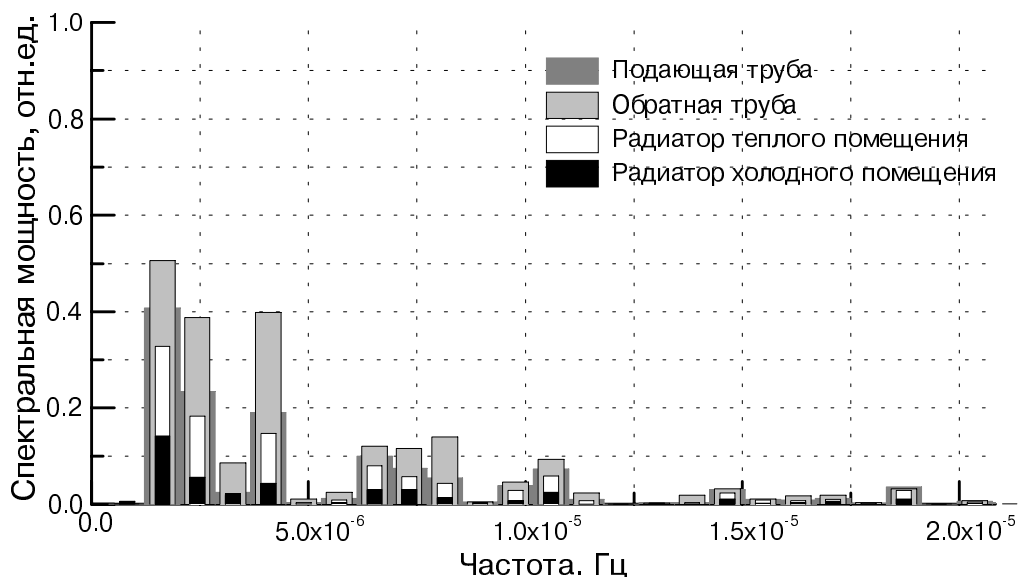


Рис.6.5. Спектры колебаний температуры на участках отопительной системы объекта 4.

для участков отопительной системы объекта 4. Напомним, что на этом объекте зарегистрированы участки, где температура воды в радиаторах отопления была значительно ниже температуры воды в обратной трубе, что приводило к существенному ухудшению теплового режима помещений, обслуживаемых этими участками. Сравнение между теплыми и холодными помещениями выполнено на примере диаграмм рассеяния для пар временных рядов (рис. 5.9). Из тех же диаграмм видно, что регрессионная прямая, связывающая подающую и обратную трубы, проходит круче, чем прямые, связывающие подающую трубу и радиаторы отопления. Это значит, что система отопления, по крайней мере по отношению к обследованным радиаторам, работает в некоторой степени вхолостую, прокачивая теплоноситель между подающей и обратной трубой, а радиаторы отопления этот поток задевает лишь частично. Рис. 6.5 показывает, как эта ситуация отражается спектрами температурных колебаний. Видно, что спектры колебаний температуры радиаторов в целом неплохо коррелируют со спектром подающей трубы. Однако мощности каждой из гармоник спектра радиатора холодного помещения значительно меньше мощности соответствующих гармоник спектра подающей трубы и радиатора теплого помещения. Еще одна особенность: мощность отдельных гармоник в спектре обратной трубы превосходит мощность соответствующих гармоник подающей трубы. Это, скорее всего, является свидетельством гидравлической разбалансировки отопительной системы. Число действенных гармоник для подающей трубы и радиаторов равно 22-23, а для обратной трубы - 18. Напомним, что это число для колебаний температуры наружного воздуха не превышало 14.

Описывая ранее эксперимент по проверке устойчивости отопительной системы по отношению к глубоким регулирующим воздействиям, мы упомянули о разрегулировке системы на объекте 5. В отличие от объекта 3, где проводился аналогичный эксперимент и система показала хорошую устойчивость (рис. 5.3), система объекта 5 в результате таких действий разрегулировалась, что отразилось на спектрах температурных колебаний различных ее участков. На рис. 6.6 показан спектр температурных колебаний радиаторов двух помещений, из которых один демонстрирует неплохую корреляцию с подающей трубой (помещение 1), а другой - слабую

(помещение 2). Подобных радиаторов, демонстрирующих слабую корреляцию с порождающим процессом, на данном объекте было несколько.

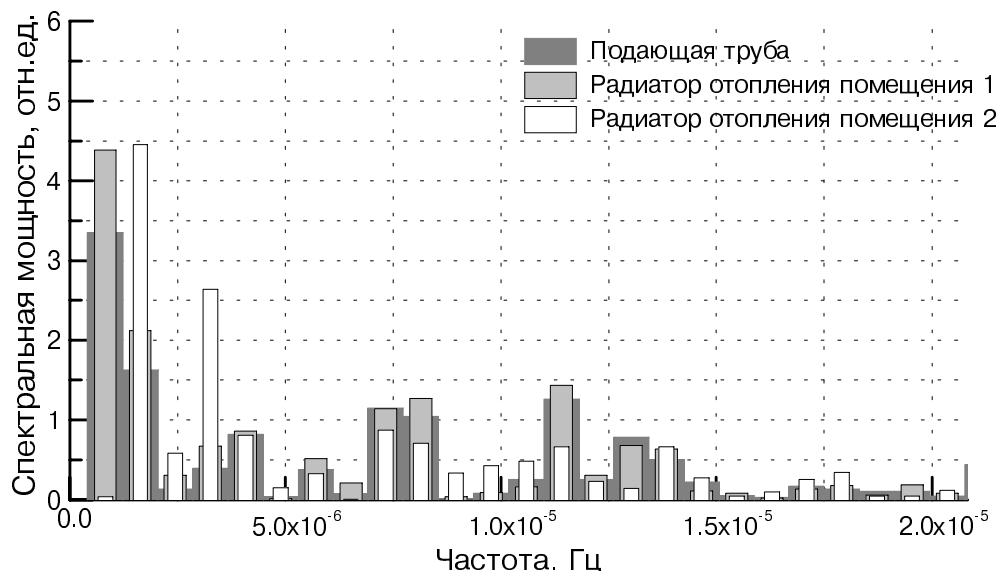


Рис.6.6. Спектры колебаний температуры на участках отопительной системы объекта 5.

Численные оценки, как и в главе 5, производятся из диаграмм рассеяния, связывающих теперь уже спектры колебаний температуры подающей трубы и радиаторов отопления; на основе этих диаграмм получаются регрессионные прямые. Диаграммы рассеяния строятся лишь по действенным гармоникам. Коэффициент корреляции между двумя спектрами, как и в случае для временных зависимостей, вычисляется по формуле (5.6).

На рис. 6.7 приведены диаграммы рассеяния и регрессионные прямые для связи "подающая труба - радиатор отопления" объекта 3. Показаны диаграммы лишь двух радиаторов, демонстрирующих предельные значения коэффициента регрессии. Регрессионные прямые для других радиаторов этой системы лежат в пределах обозначенной вилки. Рис. 6.8, 6.9 и 6.10 демонстрируют аналогичные диаграммы рассеяния для спектров объектов 6, 4 и 5, соответственно. В табл. 6.1-6.4 приведены значения параметров, описывающих спектральные характеристики отопительных систем объектов 3 - 6, соответственно. Здесь N - число действенных гармоник, A -

коэффициент регрессии, R - коэффициент корреляции.

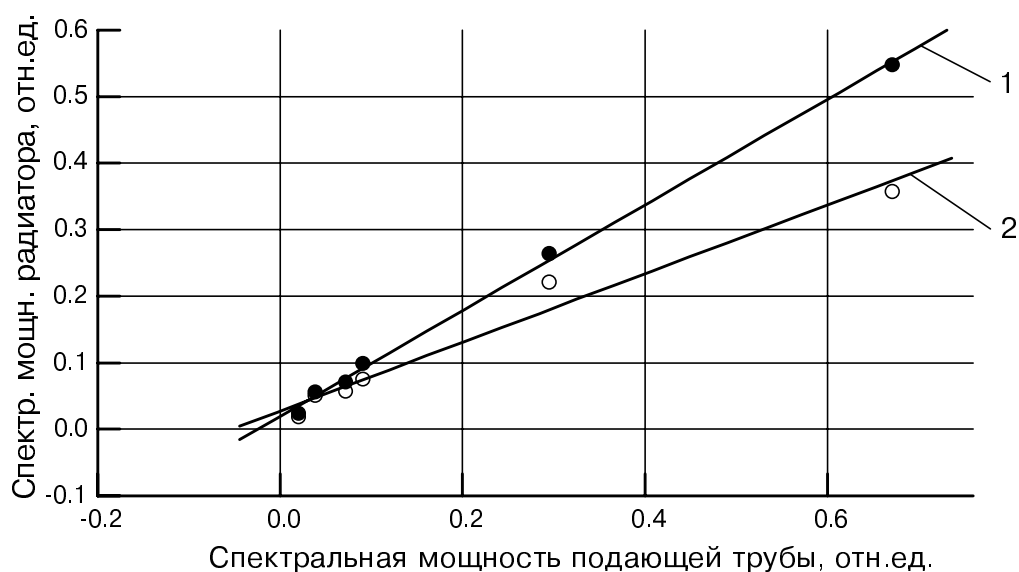


Рис.6.7. Диаграммы рассеяния и регрессионные прямые для двух участков отопительной системы объекта 3. Показаны два граничных случая: 1 - радиатор с максимальным коэффициентом регрессии; 2 - радиатор с минимальным коэффициентом регрессии.

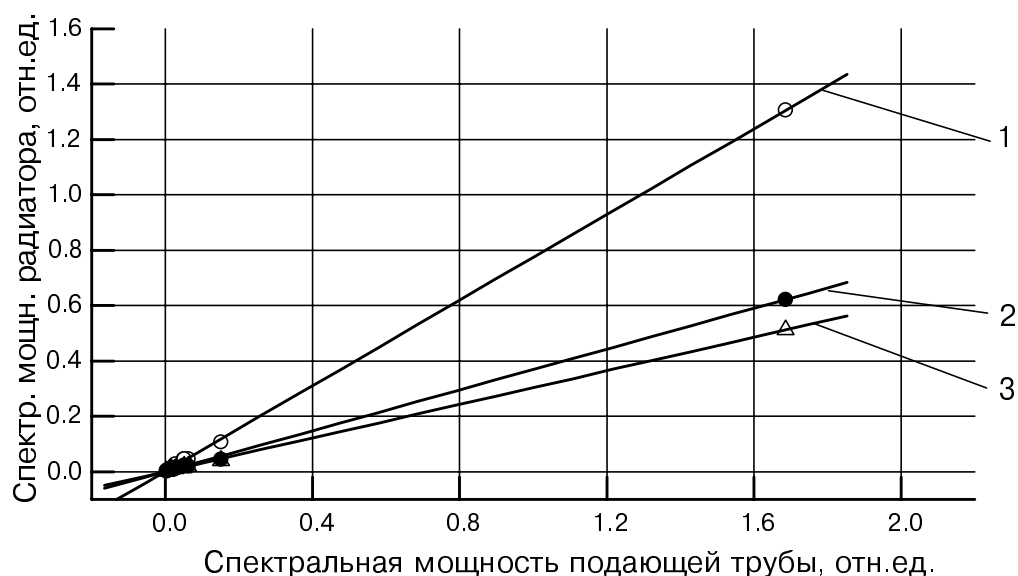


Рис.6.8. Диаграммы рассеяния и регрессионные прямые для трех участков отопительной системы объекта 6: 1 - радиатор девятого этажа; 2 - радиатор первого этажа; 3 - обратная труба.

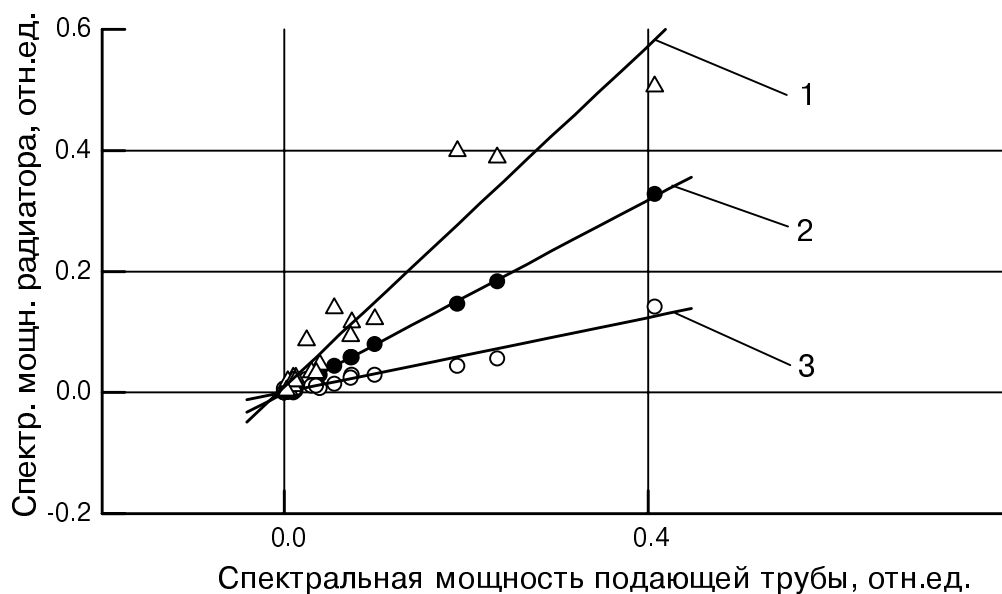


Рис.6.9. Диаграммы рассеяния и регрессионные прямые для трех участков отопительной системы объекта 4: 1 - обратная труба; 2 - радиатор теплого помещения; 3 - радиатор холодного помещения.

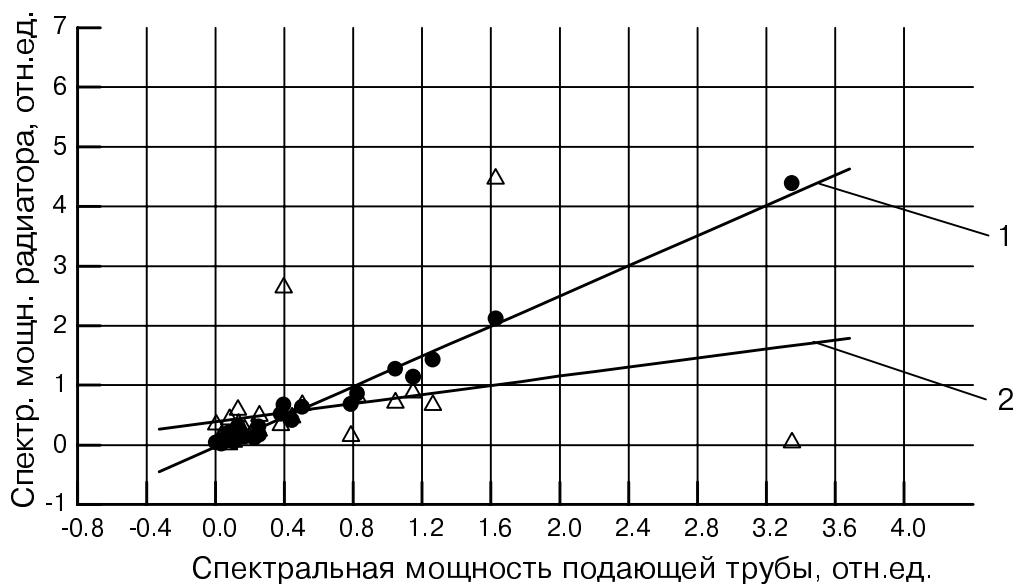


Рис.6.10. Диаграммы рассеяния и регрессионные прямые для двух участков отопительной системы объекта 5: 1 - радиатор помещения 1 (точки); 2 - радиатор помещения 2 (треугольники).

Таблица 6.1. Значения параметров, описывающих спектральные характеристики отопительной системы объекта 3.

Связка	N	A	R
Подающая труба - радиатор отопления помещения А	6	0.692	0.991
Подающая труба - радиатор отопления помещения Б	6	0.731	0.999
Подающая труба - радиатор отопления помещения В	6	0.586	0.987
Подающая труба - радиатор отопления помещения Г	6	0.596	0.998
Подающая труба - радиатор отопления помещения Д (прямая 2 на рис. 6.7)	6	0.515	0.986
Подающая труба - радиатор отопления помещения Е (прямая 1 на рис. 6.7)	6	0.793	0.999
Подающая труба - радиатор отопления помещения Ж	6	0.690	0.986

Таблица 6.2. Значения параметров, описывающих спектральные характеристики отопительной системы объекта 4.

Связка	N	A	R
Подающая труба - обратная труба (прямая 1 на рис. 6.9)	18	1.408	0.965
Подающая труба - радиатор отопления теплого помещения (прямая 2 на рис.6.9)	22	0.797	0.9998
Подающая труба - радиатор отопления холодного помещения (прямая 3 на рис. 6.9)	23	0.308	0.974

Таблица 6.3. Значения параметров, описывающих спектральные характеристики отопительной системы объекта 5.

Связка	N	A	R
Подающая труба - радиатор отопления помещения 1 (прямая 1 на рис.6.10)	21	1.267	0.991
Подающая труба - радиатор отопления помещения 2 (прямая 2 на рис.6.10)	20	0.381	0.294
Подающая труба - радиатор отопления помещения 3	18	0.494	0.305
Подающая труба - радиатор отопления помещения 4	26	0.504	0.965
Подающая труба - радиатор отопления помещения 5	26	0.826	0.967

Таблица 6.4. Значения параметров, описывающих спектральные характеристики отопительной системы объекта 6

Связка	N	A	R
Подающая труба - радиатор девятого этажа (прямая 1 на рис.6.8)	9	0.773	0.9999
Подающая труба - радиатор первого этажа (прямая 2 на рис.6.8)	9	0.369	0.9997
Подающая труба - обратная труба (прямая 3 на рис.6.8)	9	0.303	0.9999

6.3. Температурные режимы помещений

Приведем два примера связи спектров колебаний температур внутри помещений и наружного воздуха. На рис. 5.21 изображены температурные режимы помещений объекта 1. Напомним, что кривые сглажены, чтобы устранить помехи, вызванные не столько дискретностью датчиков (они незначительны), сколько влиянием технологического оборудования. Рассмотрим спектры колебаний температуры двух из этих помещений. Температура в первом из них (условно, помещении 1; на рис. 5.21 оно описывается кривой 2) слабо зависит от температуры наружного воздуха. Спектр его температуры на фоне спектра наружной температуры изображен на рис. 6.11. Второе помещение (условно, помещение 2, отображаемое на рис. 5.21 кривой 5) обладает слабыми термостатическими свойствами. Спектр колебаний его температуры вместе со спектром наружной температуры приведен на рис. 6.12. Ввиду того, что спектры рассчитывались на основе сглаженных кривых, число действенных гармоник как для наружного воздуха, так и для обоих помещений в данном случае равно 8. Коэффициенты корреляции для спектров наружного воздуха и помещений 1 и 2 равны соответственно 0.119 и 0.927. При этом вероятность того, что в первом случае вообще отсутствует корреляция между спектрами, составила $P = 0.779$.

На рис. 6.13 и 6.14 представлены спектры колебаний температуры воздуха в двух помещениях объекта 3. Зависимости температуры от времени для помещений 1 и 2 были ранее приведены на рис. 5.22 (кривые 1 и 2, соответственно). В этом случае спектры строились на основе несглаженных исходных зависимостей температуры от времени, поэтому число действенных гармоник N здесь иное. Для наружного воздуха оно равнялось, как мы уже отмечали, 14. Для помещения 1,

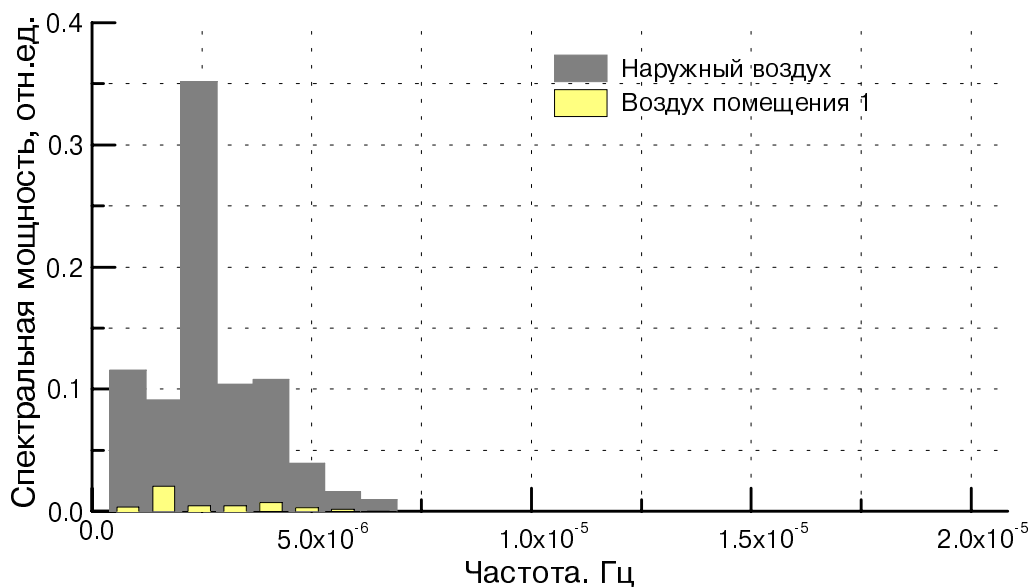


Рис.6.11. Спектры колебаний температур наружного воздуха и в помещении с высокой теплоизолирующей способностью (объект 1).

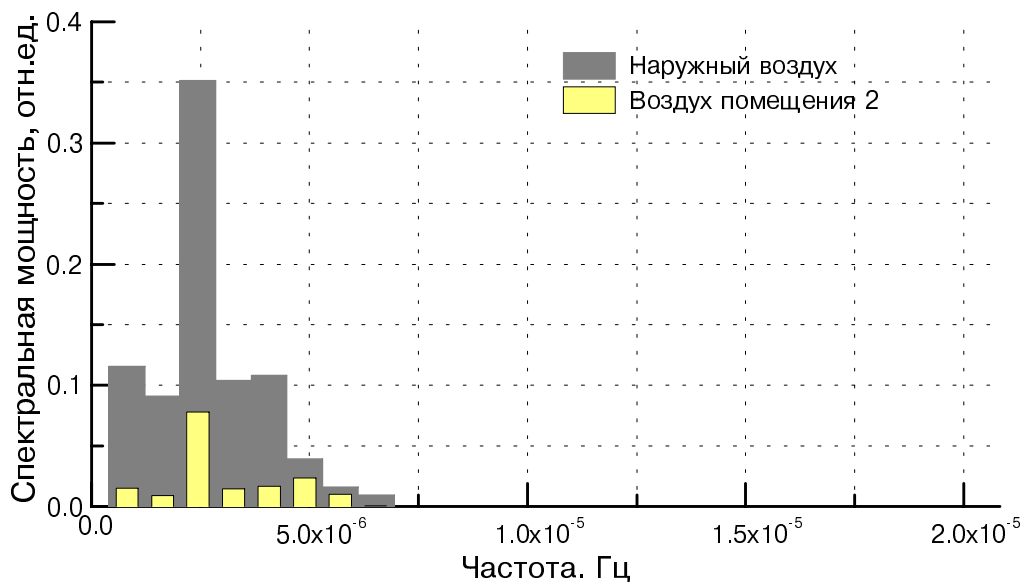


Рис.6.12. Спектры колебаний температуры наружного воздуха и в помещении с низкой теплоизолирующей способностью (объект 1).

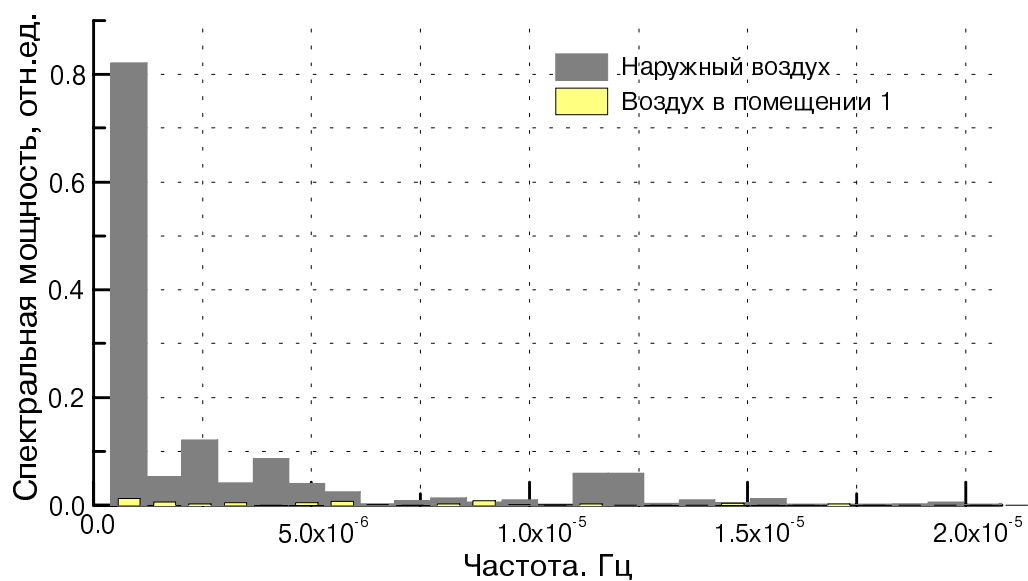


Рис.6.13. Спектры колебаний температур наружного воздуха и в помещении с высокой теплоизолирующей способностью (объект 3).

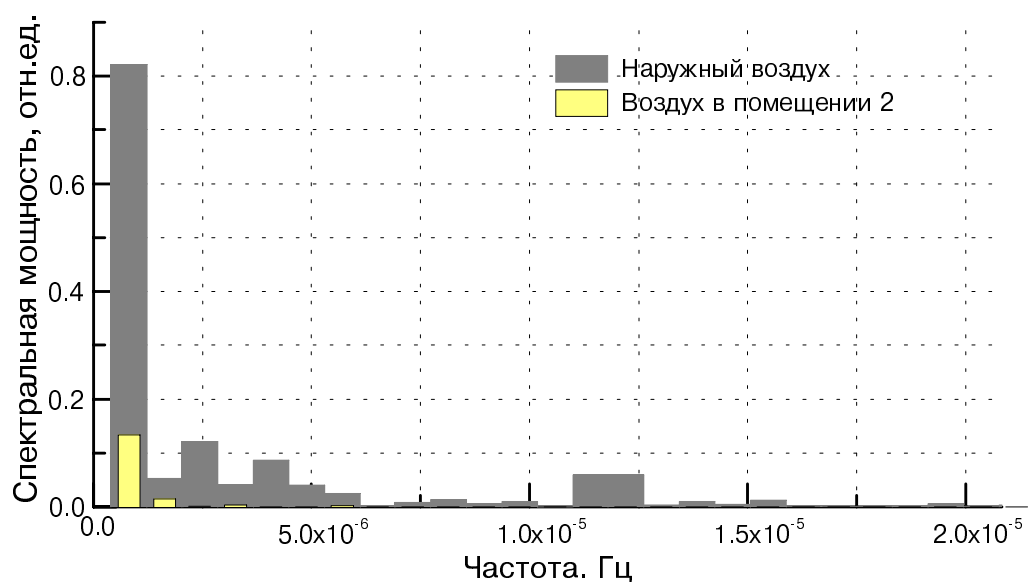


Рис.6.14. Спектры колебаний температур наружного воздуха и в помещении с низкой теплоизолирующей способностью (объект 3).

температурные колебания в котором слабы, $N = 316$. Это значит, что мощность температурных колебаний довольно равномерно распределена между большим числом гармоник. Что касается помещения 2, то температура воздуха в нем за период наблюдения претерпела одно существенное понижение, синхронное с понижением наружной температуры (см, рис. 5.22, кривые 2 и 6). В этом единственном провале заключалась практически вся мощность температурных колебаний данного помещения, что и выразилось в количестве действенных гармоник $N = 2$. Коэффициенты корреляции для спектров наружного воздуха и помещений 1 и 2 составили соответственно 0.699 и 0.978.

Заключение

Итак, приведенные результаты свидетельствуют о том, что технология iButton и основанные на ней автономные термомехронные датчики-накопители являются хорошим инструментом для получения информации о температурных режимах зданий и свойствах отопительных систем. Получаемые с помощью этого инструмента данные способны при соответствующей обработке адекватно отразить статические и динамические характеристики отопительных систем и термостатические свойства зданий. Установлены также параметры, которыми можно численно описать указанные свойства. Этими параметрами являются коэффициенты регрессии и коэффициенты корреляции исходных температурно-временных зависимостей и их спектров.

Поскольку численные параметры имеют статистическую природу, их использование требует определенной осторожности, ибо получаемые значения зависят от предварительной обработки исходных данных (фильтрации, выбора числа действующих гармоник и т. п.). Поэтому наша методика не носит характер прусской военной диспозиции: "Die erste kolonne marschiert... die zweite kolonne marschiert..." и т. д. Проводя ту или иную статистическую обработку, нужно понимать, что делаешь. В меньшей степени это замечание относится к анализу отопительных систем, например, обработке связей "подающая труба - радиатор отопления", так как они имеют малую случайную составляющую. В большей степени - к связям "наружный воздух - внутренний воздух". Так, при сглаживании исходных данных нужно отфильтровывать только те колебания, природа которых ясна и носит побочный, не связанный с работой отопительной системы характер (например, циклический нагрев технологического оборудования и т. п.).

Зачем нужна и нужна ли вообще описанная технология в применении к подобным задачам? Дело в том, что существующие методики расчета отопительных систем и температурных режимов помещений исходят из набора параметров и поправочных коэффициентов, полученных в условиях единичных испытаний или испытаний небольших партий материалов ограждающих конструкций и других строительных элементов [7, 11-13]. Они имеют усредненный вид. На практике же бывают случаи, когда технология изготовления или режим

использования того или иного материала или конструкции нарушается. Это особенно актуально для систем отопления. Не секрет, что при ремонте и реконструкции зданий часто систему отопления модернизируют "на глазок", изменяя ее конфигурацию таким образом, что возникают участки с повышенным гидравлическим сопротивлением и другими неучтенными аномалиями. В результате хорошо работавшая система начинает давать сбои. Другим источником подобных проблем является несанкционированное "перекраивание" системы отопления жильцами, стремящимися утеплить лоджии, организовать в квартирах утепленный пол и т. д. Все это приводит к тому, что система отопления вынуждена работать в нештатном режиме. Описанный в этой книге распределенный синхронный температурный мониторинг призван дать оперативную и исчерпывающую информацию о реальном состоянии конкретной отопительной системы, выявить аномалии и зачастую указать причины последних.

На наш взгляд, описанный мониторинг может быть наиболее полезен при пуске в эксплуатацию новых отопительных систем. Во-первых, он позволяет оперативно установить распределение температуры по отапливаемым помещениям и участкам отопительной системы и выяснить таким образом, как осуществляется циркуляция теплоносителя в ней. Во-вторых, он дает возможность в короткий срок определить оптимальную функцию регулирования (см. раздел 5.2.2). В-третьих, - провести испытания на реакцию системы по отношению к резким регулирующим воздействиям и тем самым оценить границы ее устойчивости. Все сказанное справедливо и по отношению к модернизируемым отопительным системам. Системы, находящиеся в эксплуатации, также в силу указанных выше причин требуют периодической проверки с целью выявления аномалий в их работе.

Кроме того, описываемый мониторинг позволяет легко осуществлять систематический контроль температурных режимов помещений или любых других объектов с подробным надежным протоколированием получаемых данных и привязкой их к реальному времени. Это также хороший способ контроля температурных режимов технологического оборудования, способ разрешения конфликтов между поставщиками и потребителями тепла.

Наконец, что немаловажно, организация мониторинга на

основе технологии iButton предельно проста: нужно расставить датчики по интересующим испытателя точкам наблюдения, а по прошествии заданного времени снять их и прочитать накопленную информацию. Между этими двумя событиями датчики не требуют к себе никакого внимания. Все сказанное выше позволяет надеяться, что данная технология очень скоро приобретет широкое распространение. Во всяком случае, если, прочитав эту книгу, уважаемый читатель, Вы станете поклонником этой технологии, авторы будут считать свою задачу выполненной.

Использованные источники

1. А.С.Карначёв, В.А.Белошенко, В.И.Титиевский. Микролокальные сети. Донецк: Норд Компьютер, 2000, 199с.
2. А.Н.Дмитриев. Два подхода к управлению энергосбережением в городском строительстве. - Промышленное и гражданское строительство, 1997, 10,с. 26-28.
3. А.Н.Воликов. Энергоэкологический показатель эффективности работы котельных. - Жилищно-коммунальное хозяйство, 1999, 2, с. 28-30.
4. С.Н.Булгаков, С.А.Чистович, В.К.Аверьянов. Централизованные и децентрализованные системы теплоснабжения: проблемы выбора. - Промышленное и гражданское строительство, 1998, 3, с. 20-21.
5. Н.П.Заборщикова. Энергосберегающие мероприятия в градостроительстве. - Промышленное и гражданское строительство, 1997,1, с. 38-40.
6. Г.С.Марченко. Котлы средней мощности для автономных систем теплоснабжения. - Экотехнологии и ресурсосбережение, 1999, 3, с. 112-116.
7. Н.М.Педько. Метод теплотехнической оценки помещений и конструкций. Киев. Издательство при Киевском госуниверситете издательского объединения "Вища школа", 1980, 152 с.
8. <http://www.dalsemi.com/products/ibuttons/standard.pdf>
9. С.А.Айвазян. Статистическое исследование зависимостей. Москва. Издательство "Металлургия", 1968, 228 с.
10. Д.Бриллинджер. Временные ряды. Москва. Издательство "Мир", 1980, 536 с.
11. Г.В.Русланов, М.Я.Розкин, Э.Л.Ямпольский. Отопление и вентиляция жилых и гражданских зданий: Проектирование: Справочник. Киев. "Будівельник", 1983, 272 с.
12. А.Я.Ткачук. Проектирование систем водяного отопления. Киев. Издательское объединение "Вища школа", 1989, 192 с.
13. В.Н.Богословский, Б.А.Крупнов, А.Н.Сканави и др. Внутренние санитарно-технические устройства. Ч.1. Отопление. Москва. "Стройиздат", 1990, 344 с.